



**HILBERT PRESSO LA GEORG AUGUST
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN: IERI ED OGGI**

Fabrizio Catanese

IL PENSIERO DI DAVIDE HILBERT

A CENTO ANNI DAI "GRUNDLAGEN DER GEOMETRIE"
E DAL CONGRESSO INTERNAZIONALE DI PARIGI

Università degli Studi di Catania – Dipartimento di Matematica – Catania 23-25 settembre 1999

HILBERT PRESSO LA GEORG AUGUST UNIVERSITÄT GÖTTINGEN: IERI ED OGGI

FABRIZIO CATANESE

Oggi: seguendo la circonvallazione intorno alle mura della ridente città di Göttingen, rimasta intatta dalla ultima guerra grazie ad un accordo tra governi (per proteggere Oxford e Cambridge in Inghilterra, Tübingen e Göttingen in Germania), si trova a destra la Bunsenstrasse ed il poderoso edificio dell'Istituto Matematico, costruito negli anni 1928-9 grazie al finanziamento della Fondazione Rockefeller, ed inaugurato nel dicembre 1929.

Dopo una rampa esterna di scale, si entra in una ampia sala, chiamata familiarmente Hilbert Raum (Spazio di Hilbert), a causa di una scultura in bronzo della testa di David Hilbert.

Al secondo piano, dopo essere passati per l' atrio contenente le vetrine in cui viene esposta la raccolta di Strumenti e Modelli matematici, di antica tradizione ma sviluppatasi straordinariamente grazie all' impegno di Felix Klein e dei suoi allievi, si entra a destra nella Sitzungszimmer (Sala di Riunioni, Colloqui e Seminari) che contiene, oltre ad una serie di stampe e di fotografie di matematici famosi, due grandi ritratti, a sinistra di David Hilbert, a destra di Felix Klein. Questi sono i due giganti che hanno reso Göttingen il centro massimo della matematica a cavallo degli anni trenta. Il secondo, onorato da re e potenti in occasione dei suoi compleanni, è ritratto da un grande pittore, Max Liebermann.

Le tradizioni sono lente a cambiare a Göttingen, ed ancora la *Sitzungszimmer* è sede, ogni giovedì pomeriggio, dei Colloqui della *Mathematische Gesellschaft* (Società fondata da F. Klein e H. Weber nel 1892), al cui termine colleghi e studenti si recano insieme al relatore per la *Nachsitzung*, una cena conviviale in onore dello speaker.

Dai tempi di Hilbert è rimasta la tradizione di insegnare tanti corsi diversi uno dall' altro (vedi Lista 2), e di socializzare, ad esempio un rito è quello del prendere il caffè dopo pranzo conversando insieme nella sala battezzata "Noether Raum" in onore di Emmy Noether, la prima donna a conseguire la Libera Docenza (*Habilitation*) in Germania, nel 1919, e, di certo, la donna più famosa del mondo della matematica.

Se si propone di cambiare qualcuna delle tradizioni (ad esempio chiedere pareri scritti ai referee internazionali prima ancora di avere invitato i candidati per una posizione di professore a tenere un Colloquio o Seminario), il decano scuote allibito la testa.

D' altra parte una chiamata a Cattedra e le trattative che ne conseguono fra il professore che sta per arrivare ed il Ministero sono un evento di grossa portata per lo sviluppo futuro dell' Istituto. Ad esempio la chiamata di Klein, che aveva idee molto precise non solo sullo sviluppo della ricerca matematica pura, ma anche sullo sviluppo dei legami fra la matematica e le scienze applicate (era membro della Unione degli Ingegneri tedeschi, e fondò poi un Istituto per la ricerca Aero- ed Idro-dinamica), e sulla necessità di impegnarsi sul terreno della istruzione matematica nelle scuole, fu decisiva per lo sviluppo di Göttingen.

Al dunque, una grossa influenza esercita ancora oggi il peso della storia, il ricordo del tempo, verso la fine della attività docente di David Hilbert a Göttingen, protrattasi per 35 anni dal 1895 al 1930, in cui Göttingen era considerata il centro mondiale della matematica.

La storia dell' Istituto Matematico di Göttingen è molto interessante, ma in questo articolo non posso che limitarmi a brevi cenni e qualche aneddoto: rimando il lettore interessato ad una narrazione relativamente succinta alla pagina web

<http://www.math.uni-goettingen.de/fakultaet/geschichte/>

ed ai nove articoli ivi contenuti, che spero saranno presto tradotti in inglese.

Per quanto riguarda David Hilbert e la sua vita, la fonte più esaustiva ed avvincente è il libro *Hilbert* di Constance Reid (sorella del matematico Olga Taussky Todd, fra i collaboratori alla edizione delle opere di Hilbert nel 1932), che contiene anche, oltre alla riproduzione di 28 significative fotografie, una ristampa dell' articolo di Hermann Weyl (allievo di Hilbert e poi nel 1930 successore sulla sua cattedra) *David Hilbert and his Mathematical Work*.

La fonte più diretta sulla bibliografia di Hilbert è però l'articolo scritto da Otto Blumenthal (anche lui studente di Hilbert), e contenuto nel terzo volume delle *Gesammelte Abhandlungen*, le Opere di Hilbert, edite da Hilbert stesso in occasione del suo settantesimo compleanno nel 1932. In effetti, anche se Hilbert morì il 14 febbraio del 1943, gli ultimi suoi articoli pubblicati sono del 1931. Ci parla dei suoi ricordi degli ultimi anni della vita di Hilbert Hel Braun nel suo libro *Una donna e la matematica* (pagg. 50-57): ormai la sua grave malattia gli aveva tolto la memoria immediata e non gli permetteva più di lavorare, e forse Hilbert stesso, nel farsi editore delle sue opere aveva così voluto chiudere ordinatamente il capitolo più importante della sua vita. Tra l'altro Hilbert, all'avvicinarsi della malattia (Alzheimer?), si mise a mettere ordine fra le sue cose, ad esempio la sua raccolta di reprints, in parte finita al Mittag Leffler Institut (acquisizione personale di Gösta Mittag Leffler?) in parte (11661 estratti) finita, dono di un matematico giapponese, alla Università di Nagoya.

Inoltre una edizione critica assai completa del lascito non pubblicato di Hilbert, contenente Lezioni ed altri scritti, è progettata entro il 2003 e dovrebbe essere articolata in sei volumi di circa 500 pagine (i curatori fanno capo all'Istituto per la storia della Scienza presso la Università di Göttingen). La motivazione alla base di tale progetto è la constatazione fatta da Weyl e Blumenthal che molte delle sue idee più profonde venivano presentate nelle sue lezioni, ma non venivano mai formalmente pubblicate, se non talvolta frammentariamente. L'ambizioso scopo è quello di mostrare come l'attenzione degli storici rivolta alla punta dell'iceberg, cioè ai lavori formalmente pubblicati, scritti con grande rigore e precisione ma alquanto tecnici, abbia favorito il formarsi di certi pregiudizi al riguardo del modo che avesse Hilbert di fare la matematica. Condivido tale assunto: basta del resto guardare l'elegante articolo di meno di due pagine da lui pubblicato nel 1891 su *Mathematische Annalen*. In esso Hilbert mostra senza formule ed in tre figure come si può descrivere geometricamente l'esempio di Peano di una applicazione continua e surgettiva di un segmento su di un quadrato: ho scoperto solo quest'anno che tale presentazione, ormai consolidata nei libri di testo, e di certo non formalistica, era in realtà dovuta al nostro!

Poichè dunque è già stato scritto tanto su Hilbert, e da persone che spesso avevano di lui una conoscenza diretta, il modo migliore di parlare della sua vita mi è parso quello di farla brevemente esporre da lui stesso, attingendo alla collezione dei suoi Codici manoscritti conservata presso la vecchia Biblioteca della Università di Göttingen.

Comincerò allora traducendo il manoscritto Hilbert 741-2: *Curriculum vitae* scritto dalla mano di Hilbert giovane (circa 1886-7).

Curriculum del giovane David Hilbert.

Sono nato il 23 gennaio 1862 a Königsberg (Prussia) e di confessione evangelica. Sono il figlio del Consigliere di Pretura di Königsberg Otto Hilbert e della sua consorte Maria, nata Erdtmann. Dall' anno 1870 fino all' ottobre 1880 ho frequentato a Königsberg il real Friedrichs Collegium ed il real Wilhelms Gymnasium [n.d.t. = Ginnasio-Liceo]. A San Michele 1880 entrai, con il certificato di Maturità, alla Università di Königsberg ed ho lì stesso studiato Matematica e Fisica fino alla Pasqua del 1885, con eccezione del semestre estivo 1881 durante il quale ho studiato alla Università di Heidelberg. Nel febbraio 1885 ho conseguito il titolo di Dottore presso la Facoltà Filosofica della Università di Königsberg ed ho poco dopo sostenuto l' esame di Stato con cui mi guadagnai la Abilitazione all'Insegnamento Liceale in Matematica e Fisica. Durante il mio periodo di studi a Königsberg ed Heidelberg ho sentito le Lezioni dei Professori: Fuchs, Hurwitz, Lindemann, Luther, Pape, Quincke, Rosenhain, Saalschütz, Volkmann, Weber [n.d.t. : vedi Lista 1].

*Nel semestre invernale 1885-86 ho studiato presso il professor Klein a Lipsia; per sua iniziativa andai quindi a Parigi dove rimasi per un quarto di anno e ricevetti suggerimenti per i miei studi specialmente dal professor Hermite. Nel luglio 1886 mi sono abilitato per la Matematica [n.d.t. = ho conseguito la Libera Docenza] presso la Università di Königsberg ed ho ivi finora tenuto Lezione. Ho pubblicato i miei lavori scientifici nelle seguenti riviste: *Math. Annalen*, *Journal für die Reine und angewandte Mathematik* [n.d.t. Crelle's Journal, cancellato con la penna], *Acta Mathematica*, *Journal pour les Sciences mathématiques pures et appliquées*, *i Berichten der Kgl. Sachsichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig*, *le Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*. Königsberg 4 agosto*

Viene raccontato che, dal padre, Hilbert ereditò una mentalità aperta e desiderosa di giustizia e che continuò a conservare la fede prussiana nella legalità che gli era stata insegnata dal padre giudice (cf. [Reid], pagg. 203-205) anche quando Hitler fu nominato Cancelliere nel gennaio 1933.

Un messaggio chiarissimo sulle intenzioni di epurare tutti gli 'Juden' dalle istituzioni fu inviato colla prima legge del 7 aprile 1933 sulla "Risistemazione e restaurazione della professione di Pubblico Ufficiale", che pure non era direttamente applicabile agli Ordinari dell' Istituto (E. Landau, pur essendo ebreo, provò anche a tenere lezione all' inizio del '33/'34, ma qui furono gli studenti nazisti capeggiati da O. Teichmüller a boicottare le sue lezioni; solo dopo egli fu congedato).

Emmy Noether, Weyl (la cui moglie era ebrea), Bernstein, Hans Lewy ed i fisici Born e Franck emigrarono in America, seguiti poi presto da Richard

Courant, allievo di Hilbert e successore di Klein (anche nel senso di essere il nuovo organizzatore della matematica göttingense), il quale cercò per un po' di opporsi per vie legali al telegramma ministeriale del 25 aprile 1933 che disponeva il congedo immediato.

Hilbert ed altre illustri personalità scrissero varie lettere al Ministero, ottenendo, per breve tempo, che si facessero delle eccezioni per Landau, professore già ai tempi dell'Impero, e per Courant, eroe della prima guerra mondiale; ma non si riuscì ad impedire che nel giro di pochi mesi fosse costretto anche lui ad un congedo forzato. Naturalmente Courant discusse a lungo con Hilbert, che appunto gli suggerì di fare causa contro lo stato tedesco, per via della totale illegalità di questi procedimenti.

Tutto questo non deve indurci a ritenere che Hilbert fosse un legalitario ed in qualche misura quindi un conservatore: anzi, come sentiremo da lui stesso, un anticonformista ed appassionato difensore della giustizia sostanziale. Ad esempio, Emmy Noether nel 1915 fu invitata da Klein ed Hilbert ad assumere una supplenza a Göttingen, e qui presentò una prima volta una tesi di Abilitazione, ma la dispensa richiesta (per un candidato di sesso femminile) fu respinta dal Ministero della Cultura. Hilbert obiettò subito con irriverente franchezza che non riusciva a comprendere come il sesso del candidato potesse essere un ostacolo alla concessione del diritto: alla fin fine si trattava di un Istituto universitario, e non di uno stabilimento balneare!

Hilbert non si fece arrestare, ed annunciò le lezioni di Emmy Noether sotto il suo nome, apponendo in calce: "Con la collaborazione della sig.na Dr. Emmy Noether." Ed alla fine della guerra, nel 1919, questa battaglia fu vinta, ed Emmy Noether si abilitò, divenendo Libero Docente presso l' Istituto matematico di Göttingen.

David Hilbert: Sulla mia attività a Göttingen.

Come già accennato, David Hilbert, al momento della celebrazione del suo settantesimo compleanno, quando era ormai in pensione (le sue ultime lezioni le tenne però nel 1932, e recentemente, in occasione del centenario del suo famoso libro *Grundlagen der Geometrie*, scritto in occasione del monumento a Gauss-Weber inaugurato nel 1899, esse sono state ricordate dall'allora giovane studente prof. Pickert) cominciò a ritirarsi mettendo ordine alle sue cose.

Di questa celebrazione approfittò per fare brevemente il punto sulla sua attività, lasciandoci questa stringata ma appassionata biografia.

Dattiloscritto Hilbert 741 7/1 (scritto nel 1932, all' età di 70 anni)

Mia patria è Königsberg, dove nacqui nel 1862, figlio di una vecchia

famiglia di giuristi della Prussia orientale. A Königsberg ho anche frequentato il Ginnasio-Liceo e studiato. Dopo prolungati viaggi di studio mi abilitai a Königsberg nell' anno 1886, divenni ivi Professore straordinario nel 1892, ed Ordinario nel 1893. Nella mia terra natale trovai anche sposa, che da allora in fidato cameratismo ha partecipato con ruolo decisivo a tutta la mia attività e specialmente al mio prendermi cura della giovane generazione [n.d.t. : Käthe Jerosch, che, al termine delle lunghe passeggiate organizzate da Hilbert per discutere con i propri allievi non solo di matematica, ma un po' di tutto, anche economia e politica, accoglieva tutti quanti, studenti inclusi, a cena a casa propria come fossero tutti membri della stessa grande famiglia].

I lunghi anni nella sicurezza di Königsberg furono un tempo di continua maturazione. Sono immensamente debitore al riguardo, per gli aspetti scientifici, a Hermann Minkowski ed al leggermente più vecchio Adolf Hurwitz. In passeggiate interminabili ci immergemmo in tutti i problemi allora attuali della matematica, ci scambiammo le nostre conoscenze acquisite di fresco, i nostri pensieri e progetti scientifici e serrammo una amicizia personale per la vita.

Nell'anno 1895, all' età di 33 anni, fui chiamato a Göttingen da Felix Klein , essenzialmente a motivo dei miei lavori sulla Teoria degli Invarianti, i cui problemi centrali avevo attaccato, e risolto, da un punto di vista nuovo. Accettare la chiamata al luogo della vecchia tradizione matematica, era evidente. Ma non fu in nessun modo facile, per mia moglie e me, sentirci subito di casa nella allora abbastanza fredda atmosfera di Göttingen. Non raramente la gente scuoteva la testa, se per pura mancanza di comprensione non badavamo alle forti differenze di rango e con disinvoltura frequentavamo Liberi Docenti e perfino studenti [n.d.t.: Hilbert fu severamente ammonito per avere dato scandalo, giocando a biliardo in un locale pubblico insieme ai propri assistenti]. Ma subito avevamo preso fermo piede. Ci trovammo con una schiera di amici più giovani – tra loro era anche Walter Nernst [n.d.t.: un insigne chimico] – insieme in un gruppo concorde. A Felix Klein e sua moglie, nonostante la diversità di temperamento, ci univano una piena fiducia e gli interessi comuni. Fin dall' inizio mi sono messo con gioia al servizio dell' obiettivo di Klein, di fare di Göttingen un centro della scienza matematica e fisica. In tutte le questioni organizzative era Klein ad avere la direzione incontestata ed incondizionata; di cose amministrative non mi sono mai occupato. Ma quando si trattava di decisioni essenziali, specialmente per chiamate, creazione di nuovi posti et similia, ho sempre preso parte attiva. Io credo che la assoluta unità fra Klein e me, così come con gli altri colleghi, sia stata in molte guise di grossa importanza per il successo degli sforzi di Klein. Uno di questi successi fu la istituzione di una ulteriore cattedra di matematica, su cui fu chiamato il mio amico più stretto, Hermann Minkowski. Fu così che, nonostante alcune tentazioni (molteplici chiamate a Berlino, Li-

psia, Heidelberg, Berna) non mi fu difficile rimanere fedele alla sfera di azione göttinghense e costantemente costruire qui l'opera scientifica della mia vita.

Decisiva per la mia attività è stata la più stretta relazione fra ricerca ed insegnamento. Scambio di idee scientifiche, comunicazione delle cose trovate per conto mio ed elaborazione di quelle sentite era, sin dal tempo della mia gioventù a Königsberg, il cardine del mio fare scientifico. In modo affatto naturale da questa mia assunzione qui a Göttingen doveva risultare una intensa attività didattica, che in fondo spesso non era altro che un fare ricerca in comune con allievi più giovani. Il nome splendente di Felix Klein aveva già da lungo tempo attirato a Göttingen un numero crescente di ricercatori più giovani e di studenti dotati. Presto vennero degli allievi anche da me, prima pochi, poi una cerchia che si allargava costantemente. Era il mio principio, nelle lezioni e più che mai nei seminari, di esporre non del materiale scientifico già rodato e tirato a lucido il più possibile, che facilitasse agli studenti il portare a fine delle linde dispense. Ho sempre cercato molto di più di illuminare i problemi e le difficoltà e di costruire ponti verso le domande attuali. Non raramente succedeva che nel corso di un semestre il contenuto del programma di un corso avanzato fosse cambiato sostanzialmente, poichè io volevo trattare delle cose di cui mi stavo appunto occupando come ricercatore e che non avevano ancora in nessun modo trovato una forma finale. Corsi superiori di questo tipo portavano spesso ad una stretta interazione reciproca con gli uditori, i quali da loro canto si facevano avanti con critiche o idee proprie. Negli intrattenimenti dopo la lezione, nel corso di passeggiate o gite in bicicletta, in giardino, ai ricevimenti ed in generale in qualsiasi occasione che si offrisse, tali discussioni con studenti o colleghi venivano spesso continuate. Il seminario comune con Minkowski e la società matematica fondata da Klein, con le sue cene conviviali dopo le riunioni, davano ogni settimana nuovi stimoli; questo esercizio scientifico cresceva nella sua intensità attraverso l'atmosfera di cameratismo e di solidarietà umana, attraverso il legame con la bella natura, attraverso la socievolezza che univa la cerchia matematica di Göttingen sotto la guida di mia moglie ad essere una grossa famiglia. Le faccende di Facoltà venivano di regola sbrigiate tra i professori di matematica in modo informale alle passeggiate, dove allora naturalmente anche la scienza non tardava a far capolino. Per tutti quei lunghi anni fu questa passeggiata comune del giovedì pomeriggio di Klein, Runge e me – più tardi venne, come già detto, ad aggiungersi Minkowski – una istituzione sacra di Göttingen.

Durante questi anni felici fu eseguita una grossa mole di lavoro scientifico. Io ho coltivato l'uno appresso all'altro i più diversi campi della matematica: Teoria dei Numeri, Fondamenti della Geometria, Calcolo delle Variazioni, Equazioni Integrali, Fondazione della Matematica, Logica Matematica e Fisi-

ca *Matematica*. Non è qui il luogo di soffermarsi sui risultati conseguiti e sullo sviluppo di questi singoli campi di ricerca. Sempre mi sono preso a cuore di parlare avanti le mie ricerche in comunione con i miei allievi, che frequentemente hanno contribuito alla realizzazione più precisa; diversi di loro si sono ulteriormente curati della direzione di ricerca in questo modo intrapresa ed hanno ulteriormente edificato i corrispondenti campi. Una gran parte degli attuali professori di matematica è direttamente od indirettamente discendente dalla nostra cerchia. Anche l' estero costituì una parte non irrilevante della nostra cerchia scientifica di Göttingen. Specialmente molte fila si sono tessute verso l' America, le quali in seguito si sono dimostrate molto utili per la nostra Università.

Nell' anno 1909 un brusco colpo interruppe l' uniforme corso delle cose. Il mio amico Hermann Minkowski morì improvvisamente, e rimase in me un profondo vuoto umano e scientifico. Ma la vita andò avanti. La chiamata di Edmund Landau portò a Göttingen una nuova forte personalità ed una nuova direzione matematica di carattere spiccato.

I vasti progetti di Klein per la stabilizzazione delle Istituzioni di Göttingen facevano passi avanti. Con l' aiuto della "Unione di Göttingen", che legò i professori di matematica e fisica di Göttingen ad una serie di industriali, e grazie al Ministero prussiano che ci venne incontro furono fondati una serie di Istituti per le scienze applicate, create nuove cattedre, e riuscimmo a guadagnare a noi un uomo del rango di Prandtl [n.d.t.: fisico]. Ora infine l' opera di Klein doveva essere coronata dalla fondazione di un nuovo edificio per l' istituto di Matematica. Nel momento in cui tutto era stato preparato, il terreno ed i mezzi finanziari erano pronti, scoppiò la guerra.

La nostra cerchia si disperse ai quattro venti. Gli studenti ed i docenti più giovani partirono per il campo di battaglia, e quelli che erano rimasti proseguirono il lavoro scientifico, per quanto potevano. Alcuni di quelli che partirono per il fronte, così ad esempio Behrens, caddero.

L' organizzazione scientifica della nostra impresa matematica fu mantenuta in piedi durante la guerra da Felix Klein nonostante la sua malattia e tutte le difficoltà. Io stesso ho preferito qualche volta darmi da fare con la Fisica e la teoria della Relatività, ed ho avuto pochi allievi, in parte stranieri.

Alla fine della guerra sembrava, con la disfatta, che tutte le speranze per la realizzazione dei disegni di Klein fossero definitivamente sepolte.

La Unione di Göttingen si sciolse. Gli arredi di matematica, specialmente la sala di lettura, si trovavano in uno stato di decadimento. Mezzi finanziari per la ricostruzione non sembravano essere disponibili. E questa situazione non si limitava alla sola Göttingen. Per esempio sembrava impossibile riuscire a stampare libri matematici e scientifici.

In questa situazione sono intervenuto in modo più attivo di quanto non

avessi fatto in precedenza. Un caso mi favorì. Già durante la guerra era sorta una relazione personale tra la nostra cerchia e l' editore Ferdinand Springer. Sotto l' impressione della personalità di Klein e sotto la mia attiva influenza in quel momento critico il dr. Springer pose il suo spirito di iniziativa e la sua azienda a disposizione della matematica. Gradualmente mise in atto una generale rinascita del sistema editoriale della matematica tedesca, che fu di grosso significato per la visibilità della matematica tedesca all'estero.

Similmente andava con le istituzioni matematiche specifiche di Göttingen. Klein ed io eravamo d' accordo sul fatto che bisognava tentare di tutto per avviare una ricostruzione, e che per questo scopo la questione del come rimpiazzare i posti diventati liberi era di significato decisivo. Nella fisica la scelta cadde su Franck e Born. Nella matematica Klein – che si ritirò a causa della sua malattia – ed io abbiamo ottenuto come risultato la chiamata di Courant, il quale si assunse l'impegno di mantenere e proseguire i disegni di Klein. Per prima cosa fu superato il periodo dell'inflazione coll'aiuto degli amici dell'industria ed in parte dell' America.

Già qui dettero buoni risultati le vecchie relazioni, che attraverso l'attività didattica precedente di Klein e mia si erano strette in tutto il mondo. Quindi nell' anno 1927 il tempo sembrò maturo per rinnovare i vecchi disegni di Klein per un nuovo edificio. Sfortunatamente Klein non ha più potuto vivere il rifiorire dei suoi progetti. Appoggiato da Niels ed Harald Bohr a Copenhagen, Courant iniziò lì le trattative con la Fondazione Rockfeller. La grossa stima del fatto che la Matematica e la Fisica di Göttingen si erano subito rialzate dopo la guerra, preparò la strada. Dopo lunghe e complicate trattative la Fondazione Rockfeller concesse una somma assai considerevole per la edificazione dell' Istituto di Matematica; il Ministero statale prussiano assicurò il sostenimento della Matematica e della Fisica ad uno standard corrispondente. Alla fine del 1929 potè essere inaugurato l' istituto matematico di Göttingen. Ho potuto festeggiare il mio 70-simo compleanno nel gennaio 1932 nel nuovo Istituto sotto la impressione di questo successo.

Uno degli aneddoti più famosi (raccontato da Blumenthal e da Weyl) che illustra quanto Hilbert fosse costantemente preso dai suoi pensieri scientifici, è quello della cravatta. Durante una cena a casa Hilbert, la moglie Käthe lo apostrofa facendogli notare lo stato pietoso della sua cravatta, e lo invita ad andare su a cambiarla. Dopo di che, Hilbert non torna più e la moglie sale a vedere che è successo: niente, solo che lui è in camicia da notte e si sta mettendo a letto. Una volta levate giacca e cravatta, aveva semplicemente proseguito come di consuetudine quotidiana nella operazione di svestizione.

La sua costante attività intellettuale si dispiegava però in varie direzioni, ed Hilbert prendeva decisamente posizione in tutte le discussioni, in maniera non diplomatica e franca, sia con amici che con persone di rango. Quando nel 1934 il Ministro Federale Rust gli chiese se la matematica a Göttingen aveva sofferto dell'esodo degli ebrei, Hilbert rispose in modo sferzante: "Non ha sofferto, perchè non c'è più" (questa frase di Hilbert vale forse ancora oggi; per quanto la grossa ferita aperta dalla vandala distruzione della cultura fatta dai nazisti nel '33 si sia rimarginata, la grande Göttingen è un mito del passato, e la matematica è emigrata definitivamente altrove).

Negli anni successivi Hilbert si isolò dal mondo matematico esterno, e quando nel 1939 gli fu conferito il primo premio Mittag-Leffler, Torsten Carleman venne personalmente per conferirgli il premio, ma non ebbe nessuna accoglienza pubblica: Hilbert era in montagna, e quando Siegel e Hasse accompagnarono Carleman lassù, Carleman ebbe in risposta al suo eloquio il silenzio di Hilbert.

Se leggiamo però il libro di Hel Braun, ci dice che non era divenuto un benevolente vecchietto, anzi poteva ancora mettersi di punto in bianco in contraddittorio, sostenendo con insistenza il proprio punto di vista. Il carattere non era cambiato, era lo stesso spirito acuto e critico che aveva manifestato in tante animate discussioni matematiche ed in tante prese di posizione pubbliche. Fra queste, celebre il discorso che tenne nel 1930, in occasione del conferimento della cittadinanza onoraria di Königsberg, e che fu inciso su disco (si sente ancora il suo spiccato accento prussiano). Hilbert credeva ancora nelle "magnifiche sorti e progressive", e specialmente nel ruolo decisivo che giocava la Scienza per il futuro dell' uomo.

Le parole conclusive del discorso : "Wir müssen wissen, wir werden wissen" (Dobbiamo sapere, riusciremo a sapere) furono scolpite sulla lapide funeraria del cimitero di Weender Landstrasse, dove fu sepolto alla presenza di pochi colleghi, Caratheodory, Hecke e Arnold Schmidt mentre intorno la desolazione della guerra non permise nemmeno di trovare fiori freschi.

Ma i fiori più belli sono stati da una parte i 69 studenti che hanno conseguito il dottorato con Hilbert (cf. pagg. 431-433 del vol. III delle *Gesammelte Abhandlungen*), fra cui i più famosi Otto Blumenthal, Max Dehn, Felix Bernstein, Werner Boy, Georg Hamel, Oliver Dimon Kellogg, Rudolf Fueter, Erhard Schmidt, William De Weese Cairns, Hermann Weyl, Alfred Haar, Richard Courant, Erich Hecke, Hugo Steinhaus, Hellmuth Kneser, Willhelm Ackermann, Arnold Schmidt.

Degli altri fiori matematici parleranno più ampiamente in questo convegno gli altri colleghi.

I Problemi posti da Hilbert al congresso internazionale di 1900.

Siamo alle soglie del 2000, ed una delle domande più frequenti che si pongono è: chi salirà su un podio cercando di emulare il contributo dato da Hilbert ponendo i seguenti problemi all'attenzione della comunità matematica?

Ci limitiamo qui ad elencare i 23 problemi, rimandando al volume *Mathematical Developments arising from Hilbert problems*, Proc. Symp. Pure Math. XXVIII, A.M.S. 1976 (editor Felix Browder) per una ampia discussione dello stato delle cose riguardo alla soluzione dei problemi, o riguardo al ruolo propulsivo che essi hanno giocato nello sviluppo della matematica del ventesimo secolo.

I problemi di Hilbert

- 1) Il problema di Cantor sulla cardinalità del continuo.
- 2) La compatibilità degli assiomi della aritmetica.
- 3) La uguaglianza dei volumi di due tetraedri di uguale base ed uguale altezza (i.e., equiscomponibilità, n.d.t.).
- 4) Problema della retta come minima distanza tra due punti.
- 5) Il concetto di Lie, di gruppo continuo di trasformazioni, senza l'ipotesi di differenziabilità delle funzioni che definiscono il gruppo.
- 6) Trattamento matematico degli assiomi della Fisica.
- 7) Irrazionalità e trascendenza di certi numeri.
- 8) Problemi sui numeri primi.
- 9) Dimostrazione della più generale legge di reciprocità in un campo di numeri arbitrario.
- 10) Determinazione della solubilità di una equazione Diofantea.
- 11) Forme quadratiche con coefficienti numerici algebrici qualsiasi.
- 12) Estensione del teorema di Kronecker sui campi Abeliani ad un dominio algebrico di Razionalità.
- 13) Impossibilità della soluzione della equazione generale di grado 7 per mezzo di funzioni di due soli argomenti.
- 14) Dimostrazione della finitezza di certi sistemi completi di funzioni.
- 15) Fondazione rigorosa del calcolo numerativo di Schubert.
- 16) Problema della Topologia delle curve e delle superficie algebriche.
- 17) Espressione di forme definite positive come somme di quadrati.
- 18) Riempimento dello spazio con poliedri congruenti.

- 19) Sono le soluzioni dei problemi regolari del calcolo delle Variazioni necessariamente analitiche?.
- 20) Il problema generale dei valori al bordo.
- 21) Dimostrazione dell' esistenza di equazioni differenziali lineari aventi un gruppo di monodromia assegnato.
- 22) Uniformizzazione di relazioni analitiche per mezzo di funzioni automorfe.
- 23) Sviluppo ulteriore del calcolo delle Variazioni.

WIR MÜSSEN WISSEN, WIR WERDEN WISSEN!

Appendice.

Lista 1.

[n.d.t. : SS = Semestre Estivo, WS = Semestre Invernale]

Cod.MS.D.Hilbert

IV) MATERIALI E MANOSCRITTI

1) Note ed elaborazioni di corsi seguiti dallo studente Hilbert

a) elencati alfabeticamente secondo il nome del Docente

- 495) Fuchs, Lazarus: Calcolo Differenziale ed Integrale (SS 1881 Heidelberg)
- 496) Fuchs, Lazarus: Elementi della Teoria degli Invarianti (SS 1881 Heidelberg)
- 497) Hurwitz, Adolf: Funzioni modulari (SS 1885 Königsberg)
ibidem anche: Lindemann, Ferdinand, Seminari e Seminari avanzati (SS 1885 ? Königsberg)
- 498) Lindemann, Ferdinand: Teoria delle funzioni ellittiche (SS 1884 Königsberg)
- 499) Lindemann, Ferdinand: Sulle funzioni arbitrarie di una variabile reale e la espressione analitica (SS 1885 Königsberg)
- 500) Lindemann, Ferdinand: La Geometria lineare di Plücker e la Geometria sferica di Lie (SS 1885 Königsberg)
- 501) Rosenhain, G.: Geometria analitica (WS 1881/82 Königsberg)
- 502) Saalschütz, Louis: Calcolo Differenziale (WS 1881/82 Königsberg)
- 503) Weber, Heinrich: Esercizi analitici nel Seminario matematico, Teoria dei determinanti (WS 1881/82 Königsberg)
- 504) Weber, Heinrich: Aritmetica Superiore (Teoria dei Numeri) (SS 1882 Königsberg)

b) Docente e Corso non indicati, ordinati tematicamente.

- 505) Teoria della capillarità
- 506) Teoremi di Dedekind (Teoria dei Discriminanti dei Campi algebrici secondo Dedekind)
- 507) Equazioni Differenziali
- 508) Teoria delle Equazioni Differenziali
- 509) Introduzione alla Teoria della Elasticità
- 510) Movimento di Ellissoidi fluidi
- 511) Funzioni doppiamente periodiche
- 512) La serie ipergeometrica
- 513) Teoria degli invarianti
- 514) Teoria cinetica dei gas
- 515) Funzioni sferiche e cilindriche
- 516) Meccanica
- 517) Ottica
- 518) Teoria del potenziale
- 519) Elaborazioni ed eserti dalla Fisica di Wüllner

Lista n. 2

Manoscritti dei corsi di Hilbert dal semestre invernale 1886/87 in poi

- 521) Teoria degli invarianti con esercitazioni, WS 1886/87.
- 522) Idrodinamica, SS 1887.
- 523) Teoria delle determinanti con esercitazioni, SS 1887.
- 524) Funzioni sferiche, WS 1887/88.
- 525) Equazioni numeriche, WS 1887/88.
- 526) Equazioni algebriche avanzate, SS 1888.
- 527) Geometria sferica e lineare (contiene la teoria delle forme quadratiche), WS 1888/89.
- 528) Teoria dei numeri con esercitazioni, SS 1889.
- 529) Teoria generale degli insiemi algebrici, WS 1889/90.
- 530) Introduzione nello studio della matematica (nozione del numero, analisi avanzata, geometria analitica, calcolo della differenziazione ed integrazione), WS 1889/90.
- 531) Integrali definiti, SS 1890.
- 532) Curve gobbe e superficie, SS 1890.
- 533) Teoria dei numeri algebrici e delle funzioni algebriche, WS 1890/91.
- 534) Teoria delle curve algebriche piane, WS 1890/91.
- 535) Geometria proiettiva, SS 1891.
- 536) Equazioni differenziali lineari con esercitazioni, WS 1891/92.

- Sulle funzioni analitiche (= Estratti della teoria delle funzioni di Hilbert, tenuti dal prof. Franklin nel semestre invernale 1891)
- 537) Funzioni ben definite con trasformazioni lineari in s , SS 1892.
- 538) Calcolo dell'integrazione con esercitazioni, WS 1892/93.
- 539) Equazioni differenziali parziali, WS 1892/93.
Integrali determinati, SS 1893.
Capitoli scelti della teoria delle invarianti, SS 1893.
Geometria analitica dello spazio WS 1893/94.
- 540) Introduzione alla teoria delle funzioni, WS 1893/94.
- 541) Fondamenta della geometria, SS 1894.
- 542) La quadratura del cerchio, WS 1894/95.
- 543) Geometria analitica del piano e dello spazio, WS 1894/95.
- 544) Funzioni doppiamente periodiche, SS 1895.
- 545) Equazioni differenziali parziali, WS 1895/96.
- 546) Equazioni differenziali ordinari, SS 1896.
- 547) Equazioni algebriche, WS 1896/97.
- 548) Proprietà focali delle curve e superficie di secondo ordine, WS 1897/98.
- 549) Nozione del numero e la quadratura del cerchio, WS 1897/98.
- 550) Integrali definiti e somme di Fourier, SS 1898.
- 551) Fondamenta della geometria euclidea, WS 1898/99.
- 552) Elementi della geometria euclidea (= Versione elaborata del corso "Fondamenta della geometria euclidea", scritta da H. v. Schaper), WS 1898/99.
- 553) Meccanica, WS 1898/99.
- 554) Calcolo differenziale, SS 1899.
- 555) Introduzione al calcolo delle variazioni, SS 1899.
- 556) Capitoli scelti della teoria dei gruppi, SS 1899.
- 557) Introduzione alla teoria delle superficie, WS 1899/1900, (contenuto anche: Capitoli scelti della teoria delle superficie, SS 1900.
- 558) Teoria delle equazioni differenziali parziali, WS 1900/01.
- 559) Alcune sezioni del corso sulle fondamenta della matematica e fisica (elaborato da Bernhard Baule), SS 1913.
- 560) Teoria degli elettroni (elaborato da Hum), WS 1917/18.
- 561) Spazio e tempo (elaborato da Bernays), WS 1918/19.
- 562) Meccanica avanzata e teoria di gravitazione nuova (elaborato da A. Kratzer), SS 1920.
- 563) Geometria concreta (elaborato da W. Rosemann), WS 1920/21.
- 564) Pensieri fondamentali della teoria della relatività (elaborazione), SS 1921.

- 565) Metodi, statistiche, in particolare della fisica (Meccanica statistica, elaborato da L. Nordheim), SS 1922.
- 566) Fondamenta matematiche della teoria dei quanti (elaborato da L. Nordheim), WS 1922/23.
- 567) Fondamenta logiche della matematica (parzialmente elaborato da P. Bernays, mancano le pagine 21, 22), WS 1922/23.
- 568) Unità nel riconoscimento della natura, WS 1923/24.
- 569) La nostra immagine della gravitazione ed elettricità (= elaborazione del corso "Unità nel riconoscimento della natura" fatto da F. Diestel), WS 1923/24.
- 570) Introduzione nel corso di meccanica, SS 1924.

BIBLIOGRAFIA

- [1] O. Blumenthal, *Lebensgeschichte*, in: *David Hilbert, Gesammelte Abhandlungen. Bd. 3*, Julius Springer, Berlin (1935), pp. 388-429.
- [2] H. Braun, *Eine Frau und die Mathematik 1933-1940. Der Beginn einer wissenschaftlichen Laufbahn*, Editore da Max Koecher. (Una donna e la matematica 1933-1940. L'inizio di una carriera scientifica), Springer-Verlag., Berlin-Heidelberg-New York (1990)(vii + 76 p.
- [3] F. Browder ed., *Mathematical Developments arising from Hilbert problems*, Proc. Symp. Pure Math. XXVIII, A.M.S. (1976).
- [4] H. W. Burmann - E. Neuenschwander, *Die Geschichte der Verfassung und der Fakultäten der Georg-August-Universität zu Göttingen. Die Entwicklung der Mathematik an der Universität Göttingen*, in:
<http://www.math.uni-goettingen.de/fakultaet/geschichte/>
 contenente anche gli articoli:
Bau des Mathematischen Institutes (1929);
Die 30er Jahre;
Entwicklung der Mathematik anhand der Vorlesungsverzeichnisse;
Die Göttinger Rechenmaschinen G1-G3 (1951-60);
Bedeutende Mathematiker Göttingens: Felix Bernstein, Constantin Carathéodory, Alfred Clebsch, Richard Courant, Max Deuring, Carl Friedrich Gauss, Erich Hecke, Gustav Herglotz, David Hilbert, Abraham Gotthelf Kustner, Felix Klein, Edmund Landau, Peter Gustav Lejeune-Dirichlet, Hermann Minkowski, Amalie Emmy Noether, Kurt Reidemeister, Franz Rellich, Bernhard Riemann, Carl David Tolme Runge, Hermann Amandus Schwarz, Carl-Ludwig Siegel, Heinrich Weber, Hermann Weyl;

*Bemerkungen von und über Mathematiker Anekdoten;
Das Gauss-Weber-Denkmal in Göttingen.*

- [5] D. Hilbert, *Über die stetige Abbildung einer Linie auf ein Flächenstück*, Mathem. Annalen, Bd. 38 (1891), pp. 459-460.
- [6] D. Hilbert, *Gesammelte Abhandlungen. Bd. 1. Zahlentheorie*, Julius Springer, Berlin (1932) (XIV + 539 p.
- [7] D. Hilbert, *Gesammelte Abhandlungen Bd. 2. Algebra. - Invariantentheorie. - Geometrie*, Julius Springer, Berlin (1933) (VIII+ 453 p. 12 Fig.).
- [8] D. Hilbert, *Gesammelte Abhandlungen. Bd. 3. Analysis. - Grundlagen der Mathematik. - Physik*, Contiene tra l'altro la *Lebensgeschichte* di Blumenthal, Julius Springer, Berlin (1935) (VII+ 435 p., 12 Fig.).
- [9] C. Reid, *Hilbert. With an appreciation of Hilbert's mathematical work by Hermann Weyl*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York (1970) (290 p. 28 illus).
- [10] C. Reid, *Courant in Göttingen and New York. The story of an improbable mathematician*, Springer-Verlag, New York - Heidelberg - Berlin, (1976) (332 p., 36 fig.).
- [11] B.L. van der Waerden, *Nachwort zu Hilberts algebraischen Arbeiten*, in: *David Hilbert, Gesammelte Abhandlungen. Bd. 2.* Julius Springer, Berlin (1933), pp. 401-403.
- [12] H. Weyl, *David Hilbert and his Mathematical Work*, Bulletin of the American Mathematical Society 50, (1944), pp. 612-654, Boletim da Sociedade de Matematica de Sao Paulo 1 (1946), pp. 76-104 et 2 (1947), pp. 37-60.

Nota. Vorrei ringraziare Ingrid Bauer e Benno Artmann per il loro aiuto, ed i loro utili suggerimenti.

*Fabrizio Catanese,
Mathematisches Institut der Georg August Universität Göttingen,
Bunsenstrasse 3-5, 37073 Göttingen, Germania
e-mail: catanese@uni-math.gwdg.de*